

گزینه ۴

۱

اگر قطر مقطع سیم A، ۴ برابر قطر B باشد، سطح مقطع آن ۱۶ برابر سطح مقطع سیم B خواهد بود؛ پس:

$$\begin{cases} L_A = 4L_B \\ A_A = 16A_B \end{cases}$$

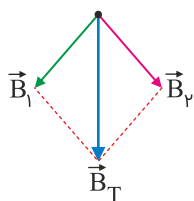
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{L_A}{A_A}}{\frac{L_B}{A_B}} = \frac{L_A A_B}{L_B A_A} = \frac{(4L_B)(A_B)}{L_B (16A_B)} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = \frac{1}{4}R_B$$

$$\Rightarrow R_B - R_A = R_B - \frac{1}{4}R_B = \frac{3}{4}R_B = \frac{75}{100}R_B$$

گزینه ۲

۲

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را در نقطهٔ M تعیین می‌کنیم:



گزینه ۱

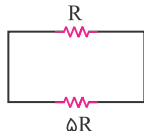
۳

$$|\epsilon| = BLv \Rightarrow 0.3 = 0.15 \times v \times 0.8 \Rightarrow v = 2.5 \text{ m/s}$$

طبق قانون لنز با کاهش شار عبوری، جریان عبوری از میله از N به سمت M است.

$$\text{مقاومت‌های موازی : } \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{2}{2R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{2}$$

$$\begin{cases} \text{دو مقاومت معادل بالایی : } R_T + R'_T = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R \\ \text{دو مقاومت معادل پایینی : } 3R + 2R = 5R \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{5R} = \frac{6}{5R} \Rightarrow R_T = \frac{5}{6}R$$

$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 = R_4 = 4/5 \Omega$$

$$V_2 = V_3 + V_4 \Rightarrow V_2 = 2V_3$$

$$P_2 = P_3 \Rightarrow \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow R_2 = 4R_3 = 4 \times 4/5 = 16/5 \Omega$$

$$I_2 R_2 = I_3 (R_3 + R_4) \Rightarrow I_2 \times 16 = I_3 \times 8 \Rightarrow I_3 = 2I_2$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_2 + 2I_2 = 3I_2$$

$$R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 (3I_2)^2 = 16 I_2^2 \Rightarrow R_1 = 16/9 \Omega$$

$$2I_1 + 16I_2 = 24 \Rightarrow I_1 + 8I_2 = 12 \Rightarrow 3I_2 + 8I_2 = 12 \Rightarrow I_2 = 1A$$

اگر جهت میدان قائم و رو به بالا باشد پس نیرویی که به بار منفی وارد می‌کند قائم و رو به پایین خواهد بود. بنابراین داریم:



$$F_E + mg = ma \Rightarrow a = \frac{F_E + mg}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(4 \times 10^{-6} \times 10^{+3}) + (0.2 \times 10^{-3} \times 10)}{0.2 \times 10^{-3}} = \frac{6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4}} = 30 \text{ m/s}^2$$

از آنجایی که جهت برآیند نیرو به سمت پایین است، جهت بردار شتاب نیز به سمت پایین خواهد بود.

میدان الکتریکی در وسط فاصله بین دو بار الکتریکی صفر است و اگر روی عمودمنصف تا فاصله‌های خیلی دور برویم، بازهم میدان الکتریکی صفر خواهد شد. بنابراین در این مسیر میدان از صفر افزایش می‌یابد و در نقطه‌ای بیشینه می‌شود و دوباره کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. می‌توان ثابت کرد، نقطه‌ای که میدان در آن بیشینه است، فاصله‌اش تا وسط فاصله دو بار الکتریکی، $\frac{\sqrt{2}}{4}$ فاصله بین دو بار است که در این تست کمتر از ۲۰ سانتی‌متر است.

$$40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{k|q|}{(0.4)^2} &= 900 \\ \frac{k|q|}{r^2} &= 400 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r^2}{(0.4)^2} = \frac{900}{400} \Rightarrow \frac{r^2}{(0.4)^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{r}{0.4} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow r = \left(\frac{3 \times 0.4}{2} \right) = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm} \Rightarrow (60 - 40) = 20 \text{ cm}$$

یعنی ۲۰ سانتی‌متر دورتر از مکان قبلی

باید بار الکتریکی، مضرب صحیحی از بار یک الکترون باشد ($q = ne$). اگر توجه کنیم، فقط 8×10^{-19} ، مضرب صحیحی از $1/6 \times 10^{-19}$ است.

$$\frac{8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{80}{16} = \frac{10}{2} = 5$$

$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R}$: در مدار "الف" دو مولد خلاف جهت یکدیگرند

$$\Rightarrow I = \frac{6 - 4}{1 + 1 + 6} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ A}$$

$I = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R}$: در مدار "ب" دو مولد در جهت یکدیگرند

$$\Rightarrow I = \frac{6 + 4}{1 + 1 + 6} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ A}$$

ابتدا رابطه‌ای برای اختلاف پتانسیل دو سر مولد و R پیدا می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$\Rightarrow R = \frac{R\varepsilon}{R + r} \quad \text{اختلاف پتانسیل دو سر مولد} = R$$

پس گزینه‌های "۱" و "۳" حذف می‌شوند.

$$R \rightarrow 0 \Rightarrow \text{اختلاف پتانسیل} = 0$$

$$R \rightarrow \infty \Rightarrow \text{اختلاف پتانسیل مولد} \simeq \frac{R\varepsilon}{R} = \varepsilon$$

پس گزینه "۴" پاسخ صحیح است.

میله پلاستیکی از طریق مالش دارای بار الکتریکی منفی می‌شود و در حالتی که این میله به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک شود، تعدادی از الکترون‌های آزاد کلاهک در اثر نیروی رانشی بار منفی میله، به ورقه‌ها انتقال می‌یابند. در نتیجه کلاهک دارای بار خالص مثبت و ورقه‌ها دارای بار خالص منفی می‌شوند. لذا ورقه‌ها در اثر نیروی رانشی بین بارهای همنام از هم دور می‌شوند.

$$\bar{I} = -\frac{N\Delta\Phi}{R\Delta t} = -\frac{NA}{R} \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

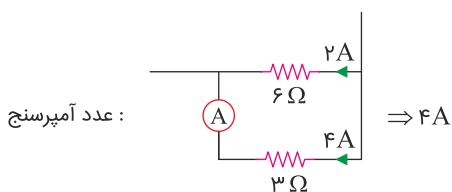
$$\text{و/ع} = \frac{-1 \times 3 \times 25 \times 10^{-7}}{\text{و/ع}} \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 40 \text{ T/s}$$

مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

$$R_{eq} = 3 + 3 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 8 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{60}{2 + 8} = 6 \text{ A}$$

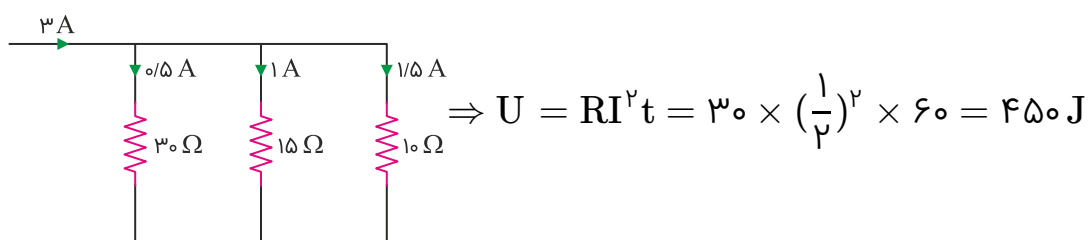
عدد ولت‌سنج : $V = \varepsilon - Ir = 60 - 6 \times 2 = 48 \text{ V}$



$$P = VI = 220 \times 2 = 440 \text{ W} = 0.44 \text{ kW}$$

$$U = Pt = 0.44 \times 6 = 2.64 \text{ kWh}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow 3 = \frac{30}{1 + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = 9 \Omega \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{R} \Rightarrow R = 30 \Omega$$



$$U = \frac{q_1^2}{2C} \xrightarrow{C_1=C_2} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{36} = \left(\frac{q_1 + q_0}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{q_1 + q_0}{q_1}$$

$$\Rightarrow 2q_1 = q_1 + q_0 \Rightarrow q_1 = q_0 \mu C$$

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow 2C = \frac{q_1^2}{U_1} = \frac{1600}{36} \Rightarrow C = \frac{400}{9} = \frac{200}{9} \mu F$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 6 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$\frac{1}{f_0} = \omega \frac{T}{2\pi} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_0} s \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$I = 6 \sin(100\pi \times \frac{1}{f_{00}}) = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = 72 \text{ mJ} = \frac{1}{2}L \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow L = 4 \text{ mH}$$

بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را حساب می کنیم.

$$d = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$E = \frac{V}{d} = \left(\frac{100 \text{ V}}{0.01 \text{ m}}\right) = 10^4 \text{ V/m}$$

$$F = E|q| \xrightarrow{q=2 \times 10^{-6} \text{ C}} F = (10^4 \times 2 \times 10^{-6}) \text{ N} = 0.02 \text{ N}$$

با توجه به شرایط اولیه مسئله می‌توان نوشت:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k(4 \times 10^{-6})q_2}{r^2} \quad (I)$$

$$\begin{cases} q'_1 = \frac{1}{100}q_1 = \frac{1}{100}(4 \times 10^{-6})C = 4 \times 10^{-8}C \\ q'_2 = q_2 + \frac{1}{100}q_1 = q_2 + 1 \times 10^{-6}C \end{cases}$$

$$F' = \frac{kq'_1q'_2}{r^2} \Rightarrow \frac{100}{100}F = \frac{k(4 \times 10^{-6})(q_2 + 1 \times 10^{-6})}{r^2} \quad (II)$$

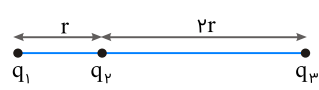
طرفین رابطه II را به طرفین رابطه I تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{100}{100} = \frac{(4 \times 10^{-6})(q_2 + 1 \times 10^{-6})}{(4 \times 10^{-6})(q_2)} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{q_2 + 10^{-6}}{q_2}$$

طرفین را ضربدر $\frac{1}{3}$ می‌کنیم.

$$\frac{1}{1} = \frac{q_2 + 10^{-6}}{q_2} \Rightarrow 1q_2 = q_2 + 10^{-6} \Rightarrow q_2 = 10^{-6}C = 1\mu C$$

q_1 و q_2 باید غیرهمنام باشند تا اگر یکی از آن‌ها q_3 را جذب کند، دیگری آن را دفع کند و در ضمن اندازه نیروهایی که به q_3 وارد می‌کنند، باید باهم برابر باشد؛ پس:



$$\frac{|kq_1q_3|}{(3r)^2} = \frac{|kq_2q_3|}{(2r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{9} = \frac{|q_2|}{4} \Rightarrow 4|q_1| = 9|q_2| \Rightarrow 4q_1 = -9q_2 \quad I$$

بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشند، پس نیروهایی که q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند، باهم برابر است و این دو بار الکتریکی باید همنام باشند:

$$\frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{kq_3q_2}{(2r)^2} \Rightarrow 4q_1 = q_3 \quad II$$

$$I, II \Rightarrow q_3 = 4q_1 = -9q_2$$

$$\frac{3T}{4} = \frac{1}{240} \Rightarrow T = \frac{4}{3} \times \frac{1}{240} = \frac{1}{180}$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 3\sqrt{2} \sin\left(\frac{2\pi}{\frac{1}{180}}t\right) = 3\sqrt{2} \sin(360\pi t)$$

$$I = 3\sqrt{2} \sin(360\pi \times \frac{1}{1440}) = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ A}$$

مسیر AD و ABCD دو رسانای موازی هستند که طول مسیر ABCD، سه برابر AD است، پس طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ مقاومت مسیر ABCD، سه برابر مسیر AD است.

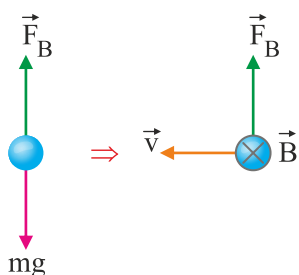
$$V_{AD} = V_{ABCD} \Rightarrow I_1 = 3I_2 \Rightarrow I_1 = 1/2 \text{ A}, I_2 = 0/4 \text{ A}$$

باید توجه داشت نیروی وارد بر دو ضلع AB و CD هم‌اندازه و خلاف جهت هستند، پس فقط نیروهای وارد بر سیم AD و BC باید حساب شوند و نیروی وارد بر این دو سیم هم‌جهت است.

$$F_{AD} = BIL = 10^{-2} \times 1/2 \times 1 = 1/2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_{BC} = BIL = 10^{-2} \times 0/4 \times 1 = 0/4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = (1/2 + 0/4) \times 10^{-2} = 1/6 \times 10^{-2} \text{ N} = 16 \text{ mN}$$

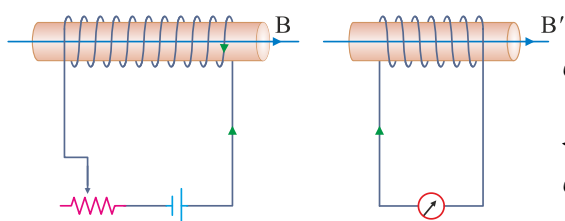
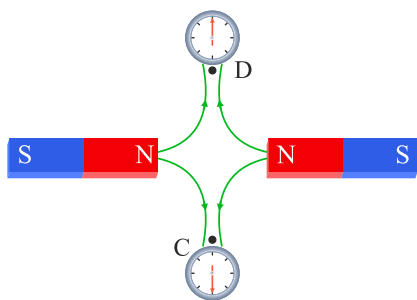


$$\sin \alpha = 1 \Rightarrow \text{حداقل تندی ذره}$$

$$F_B = mg \Rightarrow |q|vB = mg \Rightarrow 4 \times 10^{-6} \times v \times 0/5 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-9} \times 10^{-3} \times 10$$

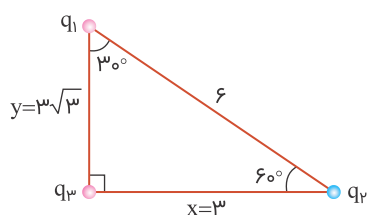
$$\Rightarrow v = 0/1 \text{ m/s}$$

با توجه به راستای عقربه قطب‌نمای واقع در نقطه C، دو قطب روبه‌روی هم دو آهنربای همنام هستند و با توجه به جهت عقربه که رو به پایین است، دو قطب روبه‌روی هم الزاماً N هستند.



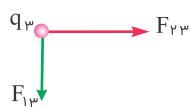
باتوجه به شکل و هم‌جهت بودن میدان داخل سیم‌لوله در شکل سمت چپ و راست، با استفاده از قانون لنز درمی‌یابیم که جریان در مدار سمت چپ در حال کاهش بوده که میدان مدار سمت راست هم‌جهت با آن تشکیل شده است، پس جریان مدار سمت چپ در حال کاهش و مقاومت رئوستا در حال افزایش است، پس لغزنده رئوستا به سمت چپ در حال حرکت است. همچنین باتوجه به هم‌جهت بودن میدان‌های مغناطیسی داخل سیم‌لوله‌ها، نیروی بین دو سیم‌لوله جاذبه است.

برای محاسبه برآیند نیروهای وارد بر q_3 ابتدا باید شکل نیروها مشخص شود.



$$\begin{cases} y = r \times \sin 60^\circ = r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \\ x = r \times \sin 30^\circ = r \times \frac{1}{2} = 3 \end{cases}$$

درنتیجه شکل نیروهای وارد بر q_3 :



دو نیروی F_{23} و F_{13} به صورت عمود بر هم بر q_3 وارد می‌شوند.

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{y^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{0.1 \times 10 \times 10^{-12}}{(3\sqrt{3})^2 \times 10^{-4}} = \frac{10}{3} \text{ (N)}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{x^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 0.1 \times 10^{-12}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 1 \text{ (N)}$$

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{\frac{100}{9} + \frac{9}{9}} = \sqrt{\frac{109}{9}} = \frac{\sqrt{109}}{3} \text{ (N)}$$

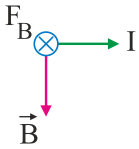
برآیند دو نیروی عمود بر هم :

به جای سیم غیرمستقیم ABCD یک سیم مستقیم از A به D در نظر می‌گیریم.

$$AD = 1 + 1/5 = 2/5 \text{ m}$$

$$F_B = BIL \sin \alpha = 30 \times 10^{-4} \times 2 \times 2/5 \times 1 = 15 \times 10^{-3} \text{ N} = 15 \text{ mN}$$

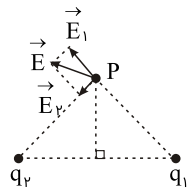
طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم درون سو است.



اگر میدان الکتریکی در نقطه P را به دو مؤلفه در امتداد خط‌های واصل نقطه P به محل دو بار تجزیه کنیم، میدان الکتریکی حاصل از هر بار در غیاب بار دیگر در نقطه P به دست می‌آید. (مطابق شکل) * با توجه به شکل می‌توان گفت:

(الف) چون جهت $\vec{E}_2$ به سمت بار q_2 است، پس q_2 منفی است.

(ب) چون جهت $\vec{E}_1$ از بار q_1 به سمت خارج است، نتیجه می‌شود که q_1 مثبت است.



(پ) چون $\vec{E}_1$ به $\vec{E}$ نزدیک‌تر است پس $|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$ است، لذا طبق رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ و یکسان بودن فاصله دو بار الکتریکی از نقطه P، نتیجه می‌شود که اندازه q_1 بیشتر از اندازه q_2 است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه "۲": جهت جریان و میدان الکتریکی یکسان است.

گزینه "۳": بار الکترون منفی است پس در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند.

گزینه "۴": هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر رسانا صفر باشد، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای دارند.